

## KOMPETENCIJE STUDENATA ZA MATEMATIČKO MODELOVANJE

*Apstrakt: Ishodi učenja u visokom obrazovanju predstavljaju kompetencije koje student treba da razvije tokom studija, a koje su profilisane kompetencijama fakulteta koji ih školju. Evropska komisija za unapređivanje obrazovanja i stručnog usavršavanja naglašava interdisciplinarno i multidisciplinarno obrazovanje budućih učitelja koje podrazumijeva znanja iz predmeta koje predaje, ali i drugih, njima sličnih predmeta, pedagoško-psihološka znanja koja se odnose na razumijevanje razvojnih karakteristika učenika, stilova učenja i kulture učenika, vještine poučavanja u smislu poznавanja strategija, metoda i tehnika poučavanja, te razumijevanje društvenog i kulturnog konteksta obrazovanja.*

*U tom smislu, u radu se daje teorijski osvrt na opšte i specifične matematičke kompetencije studenata učiteljskog studija, te vrši detaljnije razmatranje kompetencija u oblasti matematičkog modelovanja. U fokusu su „školska znanja“ matematičkog modelovanja, znanja učitelja iz oblasti matematičkog modelovanja, te kompetencije učitelja za matematičko modelovanje.*

*Da bismo što konkretnije odgovorili na pitanje o matematičkim kompetencijama studenata učiteljskog studija, koncipirali smo istraživanje koje se bavi kompetencijama u oblasti matematičkog modelovanja, a za ispitanike smo uzeli studente četvrte godine studijskog programa razredne nastave Univerziteta u Istočnom Sarajevu (akademska 2013/14. godina). U obzir smo uzeli pokazatelje ulaznih (UK) i izlaznih kompetencija (IK), vršili njihovu komparativnu analizu, te upoređivanje rezultata IK sa kurikularnim kompetencijama.*

*S obzirom na značaj matematičkog modelovanja u savremenom svijetu, očekujemo da pitanje kompetencija za tu oblast postane ključna tema u pravcu osiguranja kvaliteta matematičkog obrazovanja na svim nivoima.*

*Ključne riječi: ishodi učenja u visokom obrazovanju, matematičke kompetencije, kompetencije studenata, kompetencijski profil profesora razredne nastave, kompetencije učenika, matematičko modelovanje.*

### *Uvod*

Brojni reformski procesi visokog obrazovanja postepeno dovode do pomaka u planiranju obrazovnih programa, s obzirom na to da sve veći broj univer-

---

<sup>1</sup> sadra@teol.net

zitetskih nastavnika ciljeve izučavanja nastavnog predmeta izražava terminima "ishodi učenja" i "kompetencije studenata". Imajući u vidu činjenicu da se univerzitsko obrazovanje u razvijenim zemljama zasniva na nacionalnom kurikulumu utemeljenom na kompetencijama kao novoj paradigmi obrazovanja, stavlja se akcenat na pitanje "Šta student treba znati i može znati, koje vještine, sposobnosti i stavove treba i može razviti". U tom smislu, pred nastavnika se postavlja zahtjev da obrazovnim programom "pokaže" zašto se uči, šta se uči i kako se uči, odnosno da definiše ishode učenja nastavnog predmeta (nastavne teme), sadržaje učenja i metode i postupke koji omogućavaju izgrađivanje propisanih kompetencija.

Ishodi učenja u visokom obrazovanju predstavljaju kompetencije koje student treba da razvije tokom studija, a koje su profilisane kompetencijama fakulteta koji ih školju. Evropska komisija za unapređivanje obrazovanja i stručnog usavršavanja naglašava interdisciplinarno i multidisciplinarno obrazovanje budućih učitelja koje podrazumijeva znanja iz predmeta koje predaje, ali i drugih, njima sličnih predmeta, pedagoško-psihološka znanja koja se odnose na razumijevanje razvojnih karakteristika učenika, stilova učenja i kulture učenika, vještine poučavanja u smislu poznavanja strategija, metoda i tehnika poučavanja, te razumijevanje društvenog i kulturnog konteksta obrazovanja.

### *Kompetencije studenata u oblasti matematičkog modelovanja*

Složenost zanimanja učitelja (nastavnika, profesora razredne nastave) ispoljava se u organizaciji i realizaciji nastave iz šest nastavnih predmeta, što podrazumijeva njihovu sposobljenost da adekvatno odgovore na pitanja zašto, šta i kako iz oblasti srpskog jezika i književnosti, matematike, prirode i društva, likovne i muzičke kulture, te fizičkog vaspitanja.

Imajući u vidu da se u mlađim razredima osnovne škole učenici svakodnevno "bave" matematikom s obzirom na to da je, prema Nastavnom planu i programu Republike Srpske, pet časova matematike od prosječnih 22 časa sedmično, sa izuzetkom prvog razreda zbog specifičnosti organizacije nastavnog rada, neophodno je posvetiti posebnu pažnju definisanju i razvijanju matematičkih kompetencija studenata.

Imajući u vidu kompleksnost postavljenog problema, s obzirom na različite stavove o kompetentnim znanjima i sposobnostima za organizaciju i realizaciju savremene nastave matematike, opredijelili smo se za model koji najbolje odgovara našim uslovima, a koji su definisali i koristili Verschaffel, Janssens i Janssen. Oni kompetencije učitelja za poučavanje matematike dijele u tri kategorije.

– Prvu kategoriju predstavljaju matematičke kompetencije, odnosno poznavanje matematičkih sadržaja u okviru kojih ističu: visok nivo ovladanosti i

duboko razumijevanje ključnih činjenica, koncepata, obrazaca, pravila i dokaza, procedura i strategija rješavanja problema.

– Drugu kategoriju čine specifična metodičko-pedagoška znanja, koja podrazumijevaju umijeće prikazivanja matematičkih sadržaja djeci različitih sposobnosti i interesa, izbor optimalnih strategija i oblika rada, visok nivo znanja o vrstama matematičkih zadataka, poznавање udžbenika i drugih nastavnih materijala...

– Treću kategoriju kompetencija čine učiteljeva psihološka znanja o razvojnim karakteristikama i iskustvu učenika, te kako učenici misle i uče matematiku (Verschaffel et al. 2005: 49–63).

Evidentno je da neophodnost njihovog determinisanja zahtjevima savremene nastave matematike, prvenstveno ukazuje na potrebu izgrađivanja matematičke pismenosti.

Prema OECD-u, matematička pismenost je kapacitet pojedinca da identificuje i razumije ulogu koju matematika ima u savremenom svijetu, da izvede dobro zasnovane matematičke procjene i da primjenjuje matematiku tako da zadovolji svoje sadašnje i buduće potrebe kao konstruktivnog, zainteresovanog i refleksivnog građanina (OECD, 2001).

Da bi se definicija prevela u procjenu matematičke pismenosti, utvrđene su tri dimenzije:

– matematički sadržaj ili struktura znanja na koje se oslanjaju pojedini problemi i zadaci, odnosno koji se koriste da se riješi problem;

– kompetencije (sposobnosti) koje moraju da se dostignu da bi se povezao stvarni svijet u kome je problem generisan, sa matematikom pomoću koje se rješava problem, odnosno procesi koje je potrebno da učenik aktivira kako bi povezao problemsku situaciju sa matematičkim sadržajem;

– situacija ili kontekst u koji je smješten problem (Baucal i dr. 2010: 26-30).

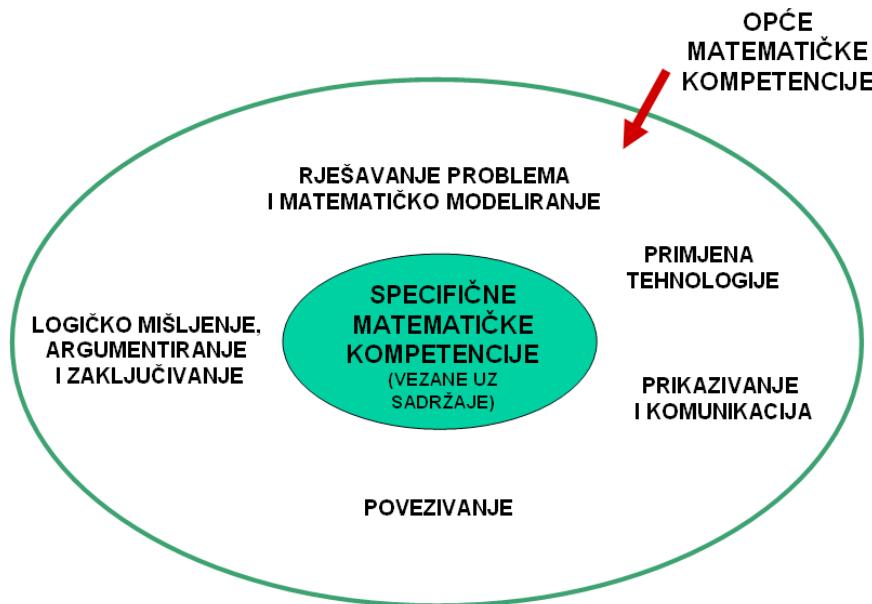
Kompetencije studenata učiteljskog studija, za razliku od kompetencija drugih obrazovnih profila, uslovljene su kompetencijama učenika koje će poučavati, s obzirom na to da kompetentno moraju podsticati. U tom smislu, osnovno polazište u razmatranju kompetencijskog okvira jeste analiza stručnih aktivnosti koje će po završetku studija obavljati.

Shodno tome, definisano je pet kategorija opštih kompetencija koje bi u razrednoj nastavi matematike trebalo razviti (shema 1):

- rješavanje problema (matematičko modelovanje);
- mišljenje, dokazivanje i zaključivanje;

- povezivanje;
- komunikacija,
- reprezentacija (primjena tehnologije).

Osim opštih, na shemi se ističu i specifične kompetencije, koje se odnose na razvijanje matematičkih koncepata, odnosno formiranje matematičkih pojma i pravila. To su, u stvari, matematički sadržaji ili područja matematike, koje bi svaki pojedinačni učenik morao upoznati.



Shema 1. Matematičke kompetencije (Kraljević, Čižmešija 2009)

Evidentno je da se, za razliku od matematičkog obrazovanja u konvencionalnoj nastavi u kome se akcenat stavlja na programske sadržaje, u savremenoj nastavi potencira razvijanje sposobnosti za primjenu matematike u konkretnim životnim situacijama, što podrazumijeva kompetencije za rješavanje kontekstualnih problema, odnosno matematičko modelovanje.

Sposobnost rješavanja problema podrazumijeva sposobnost razumijevanja i analiziranja problema, izbora i konstruisanja adekvatnog modela, poznavanja i razumijevanja matematičkih koncepata i sposobnost primjene matematike u realnim problemskim kontekstima.

Mogućnost razvijanja sposobnosti matematičkog modelovanja može se smatrati delom (ali i posledicom) razvoja sposobnosti samostalnog rešavanja problema kod dece (Dejić, Milinković 2014: 521-530).

Kada su u pitanju kompetencije za matematičko modelovanje, one su, u okviru nastavnog kurikuluma, definisane na sljedeći način:

- Sticanje osnovne matematičke kulture potrebne za otkrivanje uloge i primjene matematike u različitim područjima čovjekove djelatnosti;
- Ovladavanje osnovnim matematičkim metodama i njihovim primjenama u različitim oblastima (matematičko modelovanje);
- Osposobljavanje za primjenu usvojenih znanja u rješavanju raznovrsnih zadataka iz životne prakse.

Modelovanje u razrednoj nastavi matematike teži da kod učenika razvije bolje razumijevanje matematičkih koncepata, uči ih razumijevanju matematičkih problema, uočavanju činjenica, formulisanju i rješavanju problema koji su rezultat specifičnih realnih situacija, te razvijanju kritičkog i stvaralačkog mišljenja.

Kada je u pitanju matematičko modelovanje kao oblast koja se izučava u okviru Metodike nastave matematike na četvrtoj godini učiteljskog studija, kao cilj se postavlja:

- sticanje znanja o matematičkom modelovanju kao naučnoj i nastavnoj metodi, o kibernetičko-modelskom pristupu početnoj nastavi matematike koji se zasniva na metodama i tehnikama matematičkog modelovanja;
- ovladavanje osnovnim znanjima iz matematičkog modelovanja, primjenljivog u razrednoj nastavi;
- upoznavanje studenata sa formiranjem matematičkih pojmoveva putem modelovanja;
- usvajanje metodičkih znanja o izgrađivanju i primjeni matematičkih metoda u modelovanju životnih situacija;
- osposobljavanje studenata za uspješno modelovanje i rješavanje zadataka i diferenciranu pomoć učenicima u rešavanju.
- Shodno tome, za datu oblast su definisani sljedeći očekivani ishodi:
- ovladavanje studenata teorijskim osnovama matematičkog modelovanja,
- osposobljavanje za uspješno modelovanje i rješavanje svih tekstualno-problemskih zadataka iz redovne i dodatne nastave;
- primjena modelsko-problemskog pristupa, prvenstveno u diferenciranoj nastavi matematike.

Oni se ostvaruju izučavanjem sljedećih sadržaja:

- Teorijske osnove matematičkog modelovanja;
- Matematičko modelovanje kao metoda u razrednoj nastavi matematike;
- Modeli osnovnih računskih operacija;
- Logičko-kombinatorni modeli (metoda logike, metoda skupova, metoda prebrojavanja, matematički modeli kombinatorike, metoda lažne pretpostavke);
- Aritmetičko-logički modeli (Dirihleov princip, metoda jednačina i nejednačina, metoda inverzije);
- Geometrijski modeli rješavanja problema (metoda duži, metoda tablica, metoda grafova, metoda pravougaonika, metoda fokusnog dijagrama);
- Modeli geometrijskih problema (problemi rezanja i sastavljanja, problemi razlaganja i slaganja, problemi parketiranja i popločavanja, topološki geometrijski problemi);
- Modeli problema mjerenja, vaganja, prelivanja, presipanja, prenošenja i prevoženja;
- Modeli problema na kvadratnoj mreži (magični kvadrati, problemi šahovske table);
- Modeli stohastičkih pojava;
- Matematičke igre;
- Diferenciran pristup matematičkom modelovanju (Milinković 2013).

Navedeni aspekti metodike nastave matematike upućuju na savremeni pristup osmišljavanju i realizaciji matematičkog obrazovanja u razrednoj nastavi, odnosno obazovanju profesora razredne nastave. Kako se sadržaji o matematičkom modelovanju u okviru metodike izučavaju više od jednu deceniju, evidentna su nastojanja da se unaprijedi i osavremeni nastava matematike u mlađim razredima osnovne škole. S obzirom na to da naši studenti već imaju značajno učešće u vaspitanju i obrazovanju učenika bazičnog ciklusa, odnosno u izgrađivanju njihovih kompetencija, evidentni su i rezultati kada je u pitanju osposobljenost učenika za rješavanje realnih problema iz društvenog konteksta, odnosno za matematičko modelovanje.

*Metodološki pristup problemu istraživanja*

Da bismo što konkretnije odgovorili na pitanje o kompetencijama studenata učiteljskog studija za matematičko modelovanje, koncipirali smo istraživanje u kome smo kao cilj postavili ispitivanje osposobljenosti studenata, budućih učitelja, za rješavanje realnih životnih problema, to jest za matematičko modelovanje. Istraživanje je realizovano na uzorku od 174 ispitanika, studenta četvrte godine studijskog programa razredne nastave Univerziteta u Istočnom Sarajevu akademske 2013/14. godine, nakon "odslušane" teme *Matematičko modelovanje u razrednoj nastavi* u sklopu nastavnog predmeta Metodika nastave matematike 2. Prethodno smo, na početku semestra, "testirali" studente primjenom modela testa ( $T_{UK}$ ) koji se sastojao od 10 problemskih zadataka, koje smo odabrali iz udžbenika matematike za V razred iz svih nastavnih tema koje se obrađuju. Na taj način smo dobili pokazatelje ulaznih kompetencija za matematičko modelovanje (UK), iskazane uspjehom studenata s obzirom na broj tačno riješenih zadataka (tabela 1).

Tabela 1. Ulazne kompetencije studenata za matematičko modelovanje

Broj tačno riješenih zadataka		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Broj ispitanika	N	0	0	0	0	0	6	16	15	42	32	63
	%	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,45	9,20	8,62	24,14	18,39	36,21

Evidentno je da su studenti pokazali izuzetno nizak nivo matematičkih kompetencija s obzirom na to da se rezultati kreću od 0 do najviše 5 tačno riješenih zadataka, te da najveći broj studenata nije riješio ni jedan zadatak (63 ili 36, 21%), dok ih samo 6 ili 3,45% ima 5 tačno riješenih zadataka.

Kompletnosti definisanja ulaznih kompetencija doprinosi analiza rezultata po zadacima, to jest koliko ispitanika je za svaki zadatak dalo tačnih, koliko netačnih rješenja, a koliko ih nije ni pokušalo rješavati (tabela 2). Vidljivo je da je najbolji rezultat postignut u 8. zadatku, koji se odnosio na prebrojavanje pravougaonika na slici (77 ili 44,25% tačnih rješenja), a najslabiji u 9. zadatku pri rješavanju nejednačine sa množenjem i dijeljenjem (1 ili 0,57%) u kome je i najviše netačnih rješenja (41 ili 23,56%). Najveći broj ispitanika nije pristupio rješavanju 2. zadatka tj. rješavanju jednačine sa više operacija različitog stepena (156 ili 89,66%), a najmanji rješavanju 8. zadatka.

Tabela 2. Rezultati ispitanika po zadacima

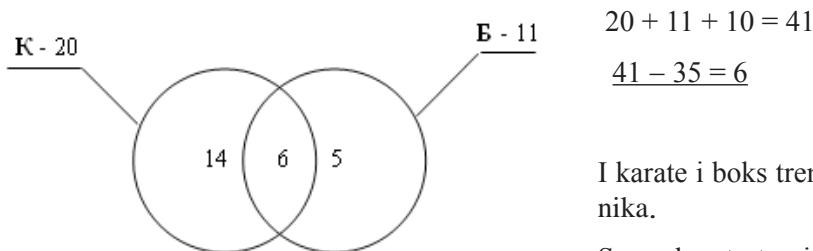
Zadatak		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Tačno	N	29	7	24	11	41	8	2	77	1	55
	%	16,67	4,02	13,79	6,32	23,56	4,60	1,15	44,25	0,57	31,61
Netačno	N	32	11	5	19	7	24	19	23	41	37
	%	18,39	6,32	2,88	10,92	4,02	13,79	10,92	13,22	23,56	21,26
Bez pokušaja	N	113	156	145	144	126	142	153	74	132	82
	%	64,94	89,66	83,33	82,76	72,42	81,61	87,93	42,53	75,87	47,13

Instrument istraživanja izlaznih kompetencija (IK) za matematičko modelovanje bio je test sposobnosti primjene matematičkih znanja u modelovanju i rješavanju problemskih zadataka, koji smo, shodno obrađenim sadržajima, sami sastavili. Test ( $T_{IK}$ ) se sastojao od 10 zadataka koji se kontekstualno i strukturalno mogu svrstati u zadatke za rad sa nadarenim učenicima mlađih razreda osnovne škole, te ga smatramo razumljivim, sadržajno prilagođenim i ne previše zahtjevnim. Studenti su za rješavanje imali 90 minuta.

Da bismo, uz izlazne kompetencije dobili i povratnu informaciju o efikasnosti interpretacije i usvojenosti sadržaja o matematičkom modelovanju u razrednoj nastavi, opredijelili smo se za sljedeće zadatke:

1. U odjeljenju od 35 učenika, 20 trenira karate, 11 boks, dok se 10 učenika ne bavi nijednim sportom. Koliko učenika trenira i karate i boks, a koliko samo karate?

Rješenje:



I karate i boks trenira 6 učenika.

Samo karate trenira 14 učenika.

2. Gorana, Petra, Vedrana i Irma stanuju u istoj zgradici. One su učenice petog razreda, dvije odjeljenja  $V_1$ , a dvije odjeljenja  $V_4$  i vole različite vrste muzike. Gorana i drugarica iz odjeljenja ne vole narodnu i pop muziku. Petra voli zabavnu, a Irma više narodnu nego rok muziku i ona je učenica  $V_4$  odjeljenja. U kom odjeljenju je i koju vrstu muzike voli svaka djevojčica?

Rješenje:

	narodna muzika	zabavna muzika	pop muzika	rok muzika	$V_1$	$V_4$
Gorana	–	–	–	+	+	–
Petra	–	+	–	–	+	–
Vedrana	–	–	+	–	–	+
Irma	+	–	–	–	–	+

Gorana i Petra su učenice  $V_1$ , a Vedrana i Irma učenice  $V_4$  odjeljenja. Gorana voli rok muziku, Petra zabavnu, Vedrana pop, a Irma narodnu muziku.

3. U Lukinoj ulici se sa desne strane nalazi 108, a sa lijeve 92 kuće (kuće na desnoj strani su numerisane redom uzastopnim parnim, a na lijevoj uzastopnim neparnim brojevima). Koliko je cifara upotrijebljeno za njihovu numeraciju?

Rješenje:

- ukupan broj kuća:  $108 + 92 = 200$ ,
- ukupan broj cifara:  $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + (200 - 99) \cdot 3 = 189 + 303 = 492$ .

Upotrijebljene su 492 cifre.

4. Mlijeko je pakovano u kante po 16 i 30 litara. Prema narudžbi neophodno je na tržnicu isporučiti 390 litara mlijeka u 20 kanti bez dodatnih mjerena. Koliko je isporučeno kanti po 16, a koliko po 30 litara mlijeka?

Rješenje:

Prepostavimo da su sve kante imale po 30 litara. Tada bi ukupno bilo 600 litara mlijeka, tj.

$$20 \cdot 30 = 600.$$

Kako je ukupno 390 litara mlijeka, izvršićemo potrebne korekcije, tj.

$$600 - 390 = 210 \text{ i}$$

$$210 : 14 = 15.$$

Zaključujemo da je isporučeno 15 kanti po 16 litara i 5 kanti po 30 litara mlijeka.

5. 40 pločica oblika kvadrata dužine stranice 3 dm treba složiti na podu u kupatilu tako da se dobije pravougaonik najvećeg mogućeg obima. Koje su dimenzije tog pravougaonika?

Rješenje:

$$O = 2 \cdot (40 \cdot 3 \text{ cm} + 3\text{cm}) = 2 \cdot 123 \text{ cm} = 246 \text{ cm}$$

Dimenzije tog pravougaonika su  $a = 120 \text{ dm}$  i  $b = 3 \text{ dm}$ .

6. Milen je ocjenu koju je dobio na testu iz matematike, saopštio sestri putem zadatka: Ako ocjenu koju sam dobio pomnožim brojem 6, pa dobijeni proizvod povećam za 24, zatim rezultatu dopišem dvije nule, te sve utrostručim i na kraju podijelim brojem 12, dobiću broj 1200. Koju ocjenu je Milen dobio na testu iz matematike?

Rješenje:

Podimo od posljednjeg podatka (1200) i obavljajmo inverzne operacije obrnutim redoslijedom:

$$1) 1200 \cdot 12 = 14400,$$

$$2) 14400 : 3 = 4800,$$

$$3) 4800 : 100 = 48,$$

$$4) 48 - 24 = 24,$$

$$5) 24 : 6 = 4.$$

Na testu iz matematike Milen je dobio četvorku.

7. Petar je 6 puta mlađi od bake i 5 godina stariji od sestre, a u ovo doba sljedeće godine biće 45 godina mlađi od bake i 2 puta stariji od sestre. Koliko Petar, njegova sestra i baka imaju godina?

Rješenje:

Sestra:		$x$
Petar:		$x + 5$
Baka:		$\frac{6x + 30}{8x + 35}$

Nakon godinu dana:

Sestra:		$x + 1$
Petar:		$2x + 2$
Baka:		$\frac{2x + 47}{5x + 50}$

$$8x + 35 + 3 = 5x + 50$$

$$3x = 12$$

$$\underline{x = 4}$$

Sestra: 4

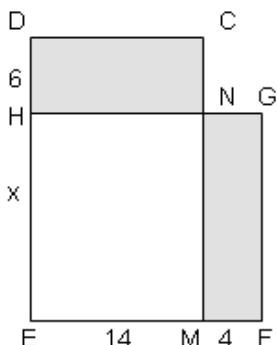
Petar:  $4 + 5 = 9$

Baka:  $9 \cdot 6 = 54$

Petar ima 9 godina, njegova sestra 4, a baka 54 godine.

8. Vozeći uz vjetar, biciklista pređe određeno rastojanje za 18 časova. Da je išao niz vjetar, vozio bi 6 km/h brže i za prelazak istog rastojanja utrošio bi 4 časa manje. Kojom brzinom je biciklista vozio uz vjetar?

Rješenje:



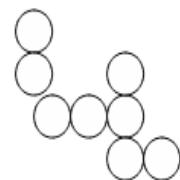
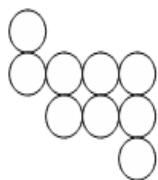
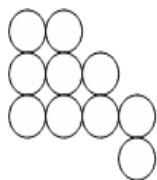
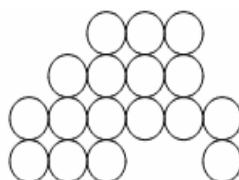
$$4 \cdot x = 14 \cdot 6$$

$$x = 84 : 4$$

$$\underline{x = 21}$$

Biciklista je vozio uz vjetar brzinom od 21 km/h.

9. Figura na prvoj slici nastala je sastavljanjem dvije od četiri date figure sa druge slike (A, B, V, G). Odredi koje!



A

B

V

G

Rješenje:



Data figura je nastala sastavljanjem figura A i V.

10. Sandra je kupila 11 kg luka. Za miješanu salatu, koju priprema za zimu, prema receptu joj je potrebno 2 kg i 500 g luka. Da bi izmjerila tu količinu, na raspolaganju su joj vaga sa dva tasa, dva tegova po 100 g i jedan teg od 50 g. Objasni kako će Sandra u tri koraka izmjeriti 2 kg i 500 g luka.

Rješenje:

1. korak: na vagi će podijeliti 11 kg luka na dva jednakata dijela (5 kg 500 g);

2. korak: na vagi će podijeliti 5 kg 500 g luka na dva jednakata dijela (2 kg 750 g);

3. korak: na jedan tas stavi tegove (dva tegova od 100 g i teg od 50 g), a na drugi količinu luka koja će biti u ravnoteži sa tegovima. Na taj način će iz mase od 2 kg 750 g, odvojiti 250 g, što znači da će joj ostati 2 kg i 500 g luka.

### *Rezultati istraživanja i diskusija*

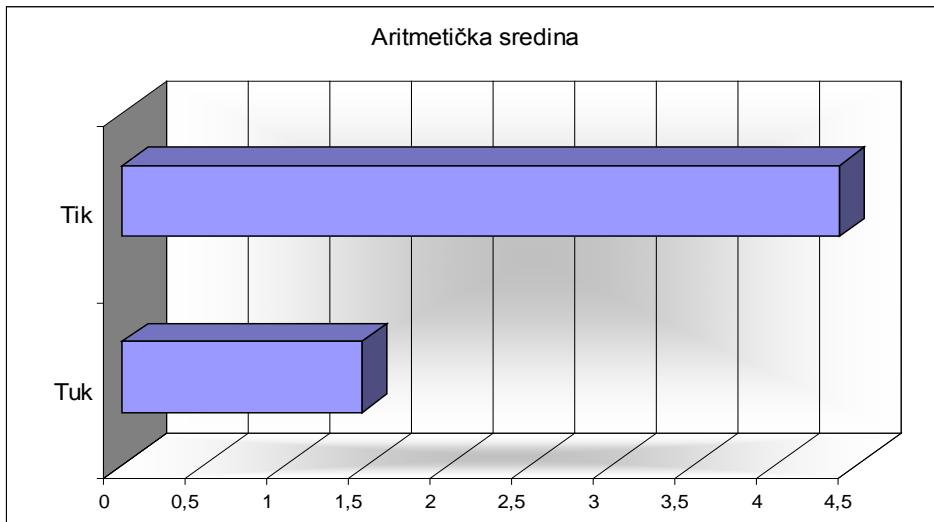
Da bismo što konkretnije odgovorili na pitanje o trenutnim kompetencijama studenata četvrte godine učiteljskog studija za matematičko modelovanje, empirijske podatke smo podvrgli statističkoj obradi primjenom F-testa. Odredili smo određene mjere deskriptivne statistike i procijenili naša očekivanja (tabela 1) kada je u pitanju podizanje kompetentnosti studenata programskim sadržajima nastavnog predmeta Metodika nastave matematike 2. Evidentno je da su ostvareni rezultati na testu ulaznih kompetencija ( $T_{UK}$ ) između 0 i 5, a na testu izlaznih kompetencija ( $T_{IK}$ ) između 1 i 9, dok aritmetičke sredine upućuju na značajan, ali ne i zadovoljavajući napredak ( $T_{UK} = 1,465$ ;  $T_{IK} = 4,391$ ), s obzirom na to da je prosječan uspjeh na  $T_{IK}$  još uvijek ispod očekivanja. F vrijednost je značajna na nivou  $p = 0,0001$  za  $F = 29,015$  i  $df = 346$ , što znači da su razlike između navedenih aritmetičkih sredina statistički značajne.

Tabela 3. Zbirni rezultati ostvareni na testovima TUK i TIK (M, t, p)

Testovi	N	Min.	Maks.	M	SD	F	df	p
T <sub>UK</sub>	174	0	5	1,465	1,457	29,015	346	0,0001
T <sub>IK</sub>	174	1	9	4,391	2,166			

Razlike u aritmetičkim sredinama, s obzirom na broj tačno riješenih zadataka na testovima T<sub>UK</sub> i T<sub>IK</sub> prezentovane su grafikonom 1.

Grafikon 1. Razlike u aritmetičkim sredinama između T<sub>UK</sub> i T<sub>IK</sub>



Potpunijoj analizi doprinosi diskusija testa izlaznih kompetencija s obzirom na broj tačno riješenih zadataka (tabela 4). Evidentno je da je najveći broj studenata tačno riješio 4 zadatka (17,82%), a najmanji broj 9 zadataka (1,73%), te da nema studenata koji nisu riješili nijedan zadatak, kao što nema onih sa svih 10 tačnih zadataka.

Tabela 4. Izlazne kompetencije studenata za matematičko modelovanje

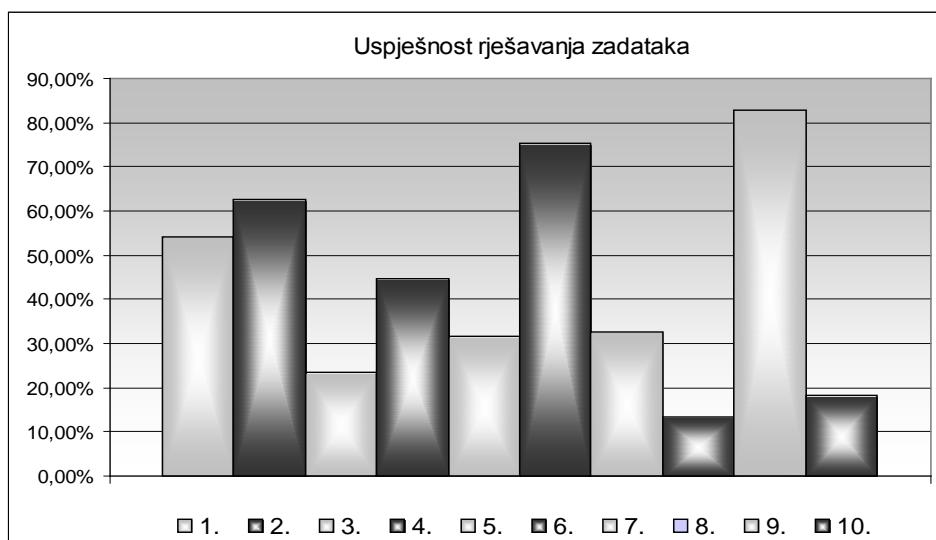
<b>Broj tačno riješenih zadataka</b>	<b>10</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
<b>Broj ispitanika</b>	N	0	3	9	20	26	28	31	17	14	26
	%	0,00	1,73	5,17	11,49	14,94	16,09	17,82	9,77	8,05	14,94

Kompletnosti definisanja izlaznih kompetencija doprinosi analiza rezultata po zadacima (tabela 5), s obzirom na to da smo za svaki zadatak dali broj i postotak studenata koji su došli do tačnog rješenja, broj i postotak studenata koji su zadatak riješili pogrešno, te broj i postotak studenata koji nisu pokušali rješavati zadatak. Vidljivo je da je najbolji rezultat postignut u 9. zadatku (144 ili 82,76% tačnih rješenja), a najslabiji u 8. zadatku (23 ili 13,22%). Kada su u pitanju netačna rješenja, najviše ih je u 10. zadatku (93 ili 53,45%), a najmanje u 9 zadatku (25 ili 14,37%). S druge strane, najveći broj ispitanika nije pristupio rješavanju 8. zadatka (81 ili 46,55%), a najmanji rješavanju 9. zadatka (5 ili 2,87%).

Tabela 5. Rezultati ispitanika po zadacima u  $T_{IK}$  testu

Zadatak		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Tačno	N	94	109	41	78	55	131	57	23	<b>144</b>	32
	%	54,02	62,64	23,56	44,83	31,61	75,29	32,76	<b>13,22</b>	<b>82,76</b>	18,39
Netačno	N	54	50	73	58	83	29	49	70	<b>25</b>	<b>93</b>
	%	31,04	28,74	41,96	33,33	47,70	16,67	28,16	40,23	<b>14,37</b>	<b>53,45</b>
Bez pokušaja	N	26	15	60	38	36	14	68	<b>81</b>	<b>5</b>	49
	%	14,94	8,62	34,48	21,84	20,69	8,04	39,08	<b>46,55</b>	<b>2,87</b>	28,16

Pregled izlaznih kompetencija studenata učiteljskog studija za matematičko modelovanje s obzirom na uspješnost rješavanja zadataka predstavljena je grafikonom 2.

Grafikon 2. Uspješnost rješavanja zadataka na  $T_{IK}$ 

### *Zaključak*

Kompetencije studenata za matematičko modelovanje, u okviru kompetencija na nivou nastavnog predmeta, usklađene su sa kompetencijskim profilom profesora razredne nastave. Imajući u vidu njihov značaj u savremenom svijetu u okviru matematičkih kompetencija, te nedovoljnu zastupljenost matematičkog modelovanja u nastavi matematike bazičnog ciklusa, prvenstveno zbog neosposobljenosti nastavnika, nameće se potreba za podizanjem nivoa znanja studenata učiteljskog studija iz te oblasti, kako bi, u svom budućem radu, nastavu matematike prilagodili zahtjevima savremenog društva i učenika kao aktivnih učesnika u njemu.

U tom smislu provedeno istraživanje ima svoj značaj s obzirom na to da smo utvrdili trenutno stanje kompetencija studenata završne godine učiteljskog studija za matematičko modelovanje s obzirom na nivo poznавanja i razumijevanja matematičkih struktura i koncepata, sposobnosti logičkog mišljenja i zaključivanja, te njihove praktične primjene.

Evidentno je da generacija studenata četvrte godine studijskog programa razredne nije dovoljno kompetentna za matematičko modelovanje i njegovu primjenu u realizaciji razredne nastave matematike, ali je uočljiv doprinos programskih sadržaja nastavnog predmeta s obzirom na statistički značajan napredak pri testiranju izlaznih kompetencija.

Imajući u vidu značaj matematičkog modelovanja u savremenom svijetu, očekujemo da pitanje kompetencija za tu oblast postane ključna tema u pravcu osiguranja kvaliteta matematičkog obrazovanja na svim nivoima.

### Literatura

Baucal, Pavlović Babić 2010: A. Baucal, D. Pavlović Babić, *Nauči me da mislim, nauči me da učim. PISA 2009 u Srbiji: prvi rezultati*, Beograd: Institut za psihologiju Filozofskog fakulteta u Beogradu, Centar za primenjenu psihologiju.

Dejić, Милинковић 2014: М. Дејић, Ј. Милинковић, *Математичко моделовање у почетној настави математике*. У зборнику радова са научног скупа ”Настава и учење – савремени приступи и перспективе” (521-530). Ужице: Учитељски факултет Универзитета у Крагујевцу.

Kraljević, Čižmešija 2009: H. Kraljević, A. Čižmešija, *Matematika u nacionalnom okvirnom kurikulumu – ishodi učenja*, Zagreb: PMF – Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu.

Милинковић 2013: Д. Милинковић, *Методика математичког моделовања за разредну наставу*, Пале: Филозофски факултет Универзитета у Источном Сарајеву.

OECD 2001: *Knowledge and Skills for Life: First Results from PISA 2000*, Paris: OECD.

Вершрафел и др. 2005: L. Verschaffel et al, *The development of mathematical Competence*. In Flemish preservice elementary school teachers, *Teaching and Teacher Education*, 21, 49–63.

Dragica C. Milinković

## EDUCATION STUDENTS' COMPETENCIES FOR MATHEMATICAL MODELING

### *Summary*

The learning outcomes for higher education are competencies that students should develop during their studies, and should be profiled competencies of the faculty who educate them. The European Commission for the Improvement of Education and Training emphasizes interdisciplinary and multidisciplinary education for future teachers. This requires knowledge of the courses taught, and other subjects like them; pedagogical-psychological knowledge related to understanding the developmental characteristics of students; knowledge of the learning styles and culture of the students; knowledge of teaching skills in terms of knowing the strategies, methods, and techniques of teaching; and understanding the social and cultural context of education.

In this regard, the paper provides a theoretical overview of the general and specific mathematical competence of students of education studies, and provides a more detailed discussion of competence in the field of mathematical modeling. The focus is on “school knowledge” of mathematical modeling, knowledge of teachers in the field of mathematical modeling, and teacher competence for mathematical modeling.

To be more specific, the paper provides an answer to the question of the mathematical competence of students of education studies. We planned research that deals with competency in the field of mathematical modeling, and as

respondents, we took students from the study program of classroom teaching at the University of East Sarajevo (academic year 2013 - 2014). We took into account indicators of input (IC) and output (OC) competence, performed a comparative analysis, and compared results of OC with curricular competencies.

Given the importance of mathematical modeling in the modern world, we expect that the question of competence for this area will become a key issue in terms of ensuring the quality of mathematics education at all levels.

Key words: learning outcomes in higher education, mathematical competencies, students' competence, competence profile of primary school teachers, pupils' competence, mathematical modeling.